

Rozwiąż następujące układy równań różniczkowych za pomocą funkcji Stiffb:

1) dla $x \in \langle 0; 1 \rangle$ i 10 kroków, jeśli $y_0(0)=2$ oraz $y_1(0)=10$

$$y'_0 = 2 - y_0$$

$$y'_1 - x = 0$$

Podaj wartości:

$$y_0(0,5)=$$

$$y_1(0,5)=$$

2) dla $x \in \langle -10; 0 \rangle$ i 25 kroków jeśli $y_0(-10)=0$ oraz $y_1(-10)=0,5$

$$2y'_0 - 1 = y_1$$

$$-3 \cdot y'_1 = 2 \cdot (y_0)^2 + x + y_1$$

Podaj wartości:

$$y_0(-8)=$$

$$y_1(-8)=$$

3) dla $x \in \langle -2; 2 \rangle$ i 100 kroków jeśli $y_0(-2)=1$ oraz $y_1(-2)=0,1$

$$2 \cdot y'_0 + 3 \cdot y_0 = x - y_1$$

$$y'_1 = y_0 \cdot x + 1$$

Podaj wartości:

$$y_0(2)=$$

$$y_1(2)=$$

4) dla $T \in \langle 0; 100 \rangle$ i 10^5 kroków jeśli $Cp(0)=0,5$ oraz $\rho(0)=0$

$$Cp' = \rho + 2 \cdot T + 3 \cdot T^2$$

$$\rho' = 20 \cdot Cp + 2 \cdot T$$

Podaj wartości:

$$Cp(0,02)=$$

$$\rho(0,02)=$$

Rozwiązania:

$$1) \quad y_1 := \begin{pmatrix} 2 \\ 10 \end{pmatrix} \quad P_1(x, y_1) := \begin{pmatrix} 2 - y_{10} \\ x \end{pmatrix} \quad J_1(x, y_1) := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R_1 := \text{Stiffb}(y_1, 0, 1, 10, P_1, J_1) \quad R_{1,5,0} = 0.5 \quad R_{1,5,1} = 2 \quad R_{1,5,2} = 10.125$$

$$2) \quad y_2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix} \quad P_2(x, y_2) := \begin{bmatrix} \frac{y_{21} + 1}{2} \\ \frac{2 \cdot (y_{20})^2 + x + y_{21}}{-3} \end{bmatrix} \quad J_2(x, y_2) := \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{3} & \frac{-4}{3} \cdot y_{20} & \frac{-1}{3} \end{pmatrix} \quad R_2 := \text{Stiffb}(y_2, -10, 0, 25, P_2, J_2) \quad R_{2,5,0} = -8 \quad R_{2,5,1} = 3.057 \quad R_{2,5,2} = 1.099$$

$$3) \quad y_3 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0.1 \end{pmatrix} \quad P_3(x, y_3) := \begin{pmatrix} \frac{x - y_{31} - 3 \cdot y_{30}}{2} \\ y_{30} \cdot x + 1 \end{pmatrix} \quad J_3(x, y_3) := \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} \\ y_{30} & x & 0 \end{pmatrix} \quad R_3 := \text{Stiffb}(y_3, -2, 2, 100, P_3, J_3) \quad R_{3,100,0} = 2 \quad R_{3,100,1} = -0.41 \quad R_{3,100,2} = 2.813$$

$$4) \quad y_4 := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_4(T, y_4) := \begin{pmatrix} y_{41} + 2 \cdot T + 3 \cdot T^2 \\ 20 \cdot y_{40} + 2 \cdot T \end{pmatrix} \quad J_4(T, y_4) := \begin{pmatrix} 2 + 6 \cdot T & 0 & 1 \\ 2 & 20 & 0 \end{pmatrix} \quad R_4 := \text{Stiffb}(y_4, 0, 100, 10^5, P_4, J_4) \quad R_{4,20,0} = 0.02 \quad R_{4,20,1} = 0.502 \quad R_{4,20,2} = 0.201$$