

# Rozwiązywanie równań różniczkowych

## 1. Równanie różniczkowe zwyczajne 1. rzędu

**A. Metoda rkfixed** - zaimplementowana w Mathcadzie metoda Rungego-Kutty 4. rzędu ze stałym krokiem całkowania:

$$\text{rkfixed}(y, x_0, x_{\max}, N, P)$$

gdzie:

- y      wartość początkowa dla  $x_0$  lub wektor wartości początkowych zmiennej zależnej - w przypadku układu równań
- $x_0$     początkowy zakres zmiennej niezależnej
- $x_{\max}$     końcowy zakres zmiennej niezależnej
- N      liczba kroków całkowania
- P      wektor pochodnych

**Przykład A.1.** Rozwiązać równanie różniczkowe  $y'+3y=0$  z warunkiem początkowym  $y(0)=4$  dla 100 kroków w zakresie  $x \in \langle 0;4 \rangle$ .

$$y := 4$$

1. Definiujemy punkt startowy

$$P(x, y) := -3y$$

2. Definiujemy pochodną

$$R := \text{rkfixed}(y, 0, 4, 100, P)$$

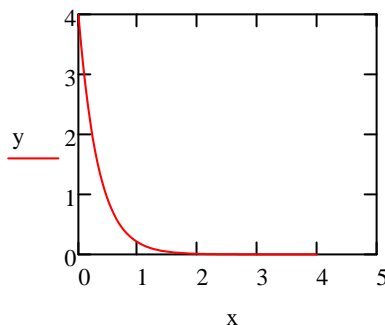
3. Wywołanie integratora dla zakresu  $\langle 0;4 \rangle$  i liczby kroków 100

$$x := R \langle 0 \rangle \quad y := R \langle 1 \rangle$$

Wynik ma postać macierzy dwukolumnowej, w której pierwsza kolumna to zmienna niezależna, a kolumna druga to zmienna zależna.

R =

	0	1
0	0	4
1	0.04	3.548
2	0.08	3.147
3	0.12	2.791
4	0.16	2.475
5	0.2	2.195
6	0.24	1.947
7	0.28	1.727
8	0.32	...



**B. Metoda Rkadapt** - metoda Rungego-Kutty 4. rzędu ze zmiennym krokiem całkowania

$$\text{Rkadapt}(y, x_0, x_{\max}, N, P) \quad - \text{parametry identyczne jak dla rkfixed}$$

**Przykład B.1.** Rozwiązać równanie różniczkowe  $y'+y^2-x=0$  dla warunku początkowego  $y(0)=1$  dla 50 kroków w zakresie  $x \in \langle 0;20 \rangle$ .

$$y := 1$$

1. Definiujemy punkt startowy

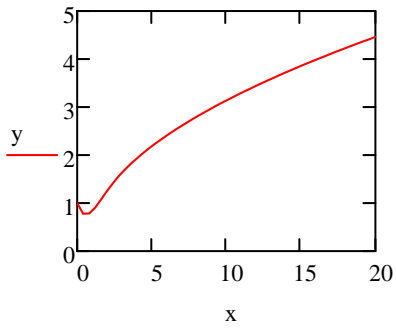
$$P(x, y) := -y^2 + x$$

2. Definiujemy pochodną

$$R := \text{Rkadapt}(y, 0, 20, 50, P)$$

3. Wywołanie integratora

$$x := R \langle 0 \rangle \quad y := R \langle 1 \rangle$$



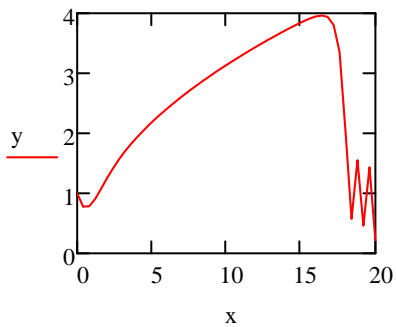
**C.d. zadania:** rozwiązać to samo równanie metodą *rkfixed*.

$$y := 1$$

$$P(x, y) := -y^2 + x$$

$$R := \text{rkfixed}(y, 0, 20, 50, P)$$

$$x := R^{(0)} \quad y := R^{(1)}$$



Metoda *rkfixed* dla zadanej liczby kroków okazała się niestabilna. Zwiększmy liczbę kroków do 100.

$$y := 1$$

$$P(x, y) := -y^2 + x$$

$$R := \text{rkfixed}(y, 0, 20, 100, P)$$

$$x := R^{(0)} \quad y := R^{(1)}$$

