

1. Jednostki - ciśnienie

paskal	$\text{Pa} = 1 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$	$\text{MPa} = 1 \times 10^6 \text{ Pa}$
bar	$\text{bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$	
atmosfera fizyczna (normalna 760 Tr, 0°C)	$\text{atm} = 101325 \text{ Pa}$	$\text{atm} = 760 \cdot \text{torr}$
atmosfera techniczna	$\text{at} := \frac{\text{kG}}{\text{cm}^2} = 98066.5 \text{ Pa}$	$\text{at} = 0.968 \cdot \text{atm}$ $\text{at} = 0.981 \cdot \text{bar}$
	$\text{kG} \equiv \text{g} \cdot \text{kg} = 9.80665 \text{ N}$	$\text{g} = 9.807 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
tor (Tr) = mmHg	$\text{torr} = 133.322 \text{ Pa}$	$\text{torr} = 1.333 \times 10^{-3} \cdot \text{bar}$

Zad .1.1. Oblicz ciśnienie słupa rtęci o wysokości 1 mm w temp. 0°C. Gęstość rtęci $\rho_{\text{Hg}} := 13595 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (w 0 st. C)

$$h := 1 \cdot \text{mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$m_{\text{Hg}} := \rho_{\text{Hg}} \cdot 1 \cdot \text{mm}^3 = 1.359 \times 10^{-5} \text{ kg}$$

$$\text{mmHg} := \frac{m_{\text{Hg}} \cdot \text{g}}{\text{mm}^2} = 133.321 \text{ Pa}$$

2. Równania stanu

Gaz doskonały - równanie Clapeyrona

$$p \cdot V_M = R \cdot T$$

gdzie: $R := 8.314 \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ - uniwersalna stała gazowa
 $V \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

Gaz rzeczywisty - zastosowanie współczynnika ściśliwości w r. Clapeyrona

$$p \cdot V_M = z \cdot R \cdot T$$

gdzie wsp. ściśliwości $z = f(T_r, p_r)$

$$T_r = \frac{T}{T_{\text{kr}}}$$

temperatura zredukowana, dla H_2 , He_2 , Ne :

$$T_r = \frac{T}{T_{\text{kr}} + 8 \cdot \text{K}}$$

$$p_r = \frac{p}{p_{\text{kr}}}$$

ciśnienie zredukowane, dla H_2 , He_2 , Ne :

$$p_r = \frac{p}{p_r + 8 \cdot \text{atm}}$$

Gęstość gazu

$$\rho = \frac{M}{V_M}$$

podstawiając

$$p \cdot \frac{V_M}{M} = \frac{R \cdot T}{M}$$

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R \cdot T}{M}$$

$$\rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

lub

$$\rho = \frac{p \cdot M}{z \cdot R \cdot T}$$

Gęstość roztworu gazowego (2-składnikowego)

$$\rho = \frac{p \cdot M_m}{z_m \cdot R \cdot T}$$

$$M_m = y_1 \cdot M_1 + y_2 \cdot M_2$$

$$z_m = f(T_{\text{mkr}}, p_{\text{mkr}})$$

$$T_{\text{mkr}} = \frac{T}{T_{\text{mkr}}}$$

$$T_{\text{mkr}} = y_1 \cdot T_{\text{kr1}} + y_2 \cdot T_{\text{kr2}}$$

$$p_{\text{mkr}} = \frac{p}{p_{\text{mkr}}}$$

$$p_{\text{mkr}} = y_1 \cdot p_{\text{kr1}} + y_2 \cdot p_{\text{kr2}}$$

Zad. 2.1. Oblicz objętość 1 mola gazu doskonałego.

Warunki normalne: $p := 101325 \text{ Pa}$ $R := 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$ $T := 273.15 \text{ K}$ $n := 1 \text{ mol}$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad V := \frac{n \cdot R \cdot T}{p} = 0.022 \text{ m}^3 \quad V \cdot 10^3 = 22.413 \text{ dm}^3$$

Warunki normalne techniczne: $p := \text{at} = 9.807 \times 10^4 \text{ Pa}$ $T := 288.15 \cdot \text{K}$ $n := 1 \cdot \text{mol}$ $R := 8.314 \cdot \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$

$$V := \frac{n \cdot R \cdot T}{p} = 24.429 \text{ L}$$

Warunki standardowe: $p := 1 \cdot \text{bar} = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$ $T := 298.15 \cdot \text{K}$ $V := \frac{n \cdot R \cdot T}{p} = 24.79 \text{ L}$

Zad. 2.2. Oblicz gęstość CO_2 znajdującego się w butli o objętości 0.1 m^3 w temp. 20°C i pod ciśnieniem 3 MPa stosując:

a) r. Clapeyrona

$$V := 0.1 \text{ m}^3 \quad p := 3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \quad R := 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$$

$$T := (20 + 273.15) = 293.15 \text{ K} \quad M := 44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\rho := \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = 54.159 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

b) r. stanu gazu rzeczywistego ze wsp. ściśliwości "z"

$$T_{kr} := 304.19 \text{ K} \quad p_{kr} := 73.82 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_r := \frac{T}{T_{kr}} = 0.964 \quad p_r := \frac{p}{p_{kr}} = 0.406 \quad z := 0.84 \quad (\text{z wyk. 10-1})$$

$$\rho := \frac{z \cdot p \cdot M}{R \cdot T} = 45.494 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Zad. 2.3. Aby wyznaczyć objętość rurociągu, zamknięto jeden jego koniec i do drugiego podłączono zbiornik o objętości 4 m^3 wypełniony powietrzem o nadciśnieniu 5 bar ów i temperaturze 293 K . Powietrze w rurociągu przed podłączeniem zbiornika miało 288 K i było pod ciśnieniem 0.1 MPa . Oblicz pojemność rurociągu, jeżeli po podłączeniu zbiornika nadciśnienie w układzie wynosiło 0.05 MPa , a temperatura 288 K .

m^3	MPa	K	mol
$V_r = ?$	$p_r := 0.1$	$T_r := 288$	$n_r = \frac{p_r \cdot V_r}{R \cdot T_r}$
$V_z := 4$	$p_z := 0.5 + p_r$	$T_z := 293$	$n_z := \frac{p_z \cdot V_z}{R \cdot T_z} = 9.852 \times 10^{-4}$
$V_c = V_r + V_z$	$p_c := 0.05 + p_r$	$T_c := 288$	$n_r + n_z = \frac{p_c \cdot (V_r + V_z)}{R \cdot T_c}$

$$\frac{p_r \cdot V_r}{R \cdot T_r} + \frac{p_z \cdot V_z}{R \cdot T_z} = \frac{p_c \cdot (V_r + V_z)}{R \cdot T_c} \quad \rightarrow \quad \frac{p_r \cdot V_r}{T_r} + \frac{p_z \cdot V_z}{T_z} = \frac{p_c \cdot (V_r + V_z)}{T_c}$$

$$V_r := -\frac{T_r \cdot T_z \cdot V_z \cdot p_c - T_r \cdot T_c \cdot V_z \cdot p_z}{T_r \cdot T_z \cdot p_c - T_z \cdot T_c \cdot p_r} = 35.2 \text{ m}^3$$

Zad. 2.4. Gęstość roztworu wodoru i azotu pod ciśnieniem 1 MPa w temperaturze 373 K wynosi 2 kg/m³. Oblicz skład molowy roztworu.

$$\rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} \quad p := 1 \cdot 10^6 \text{ Pa} \quad T := 373 \text{ K} \quad M_{\text{H}_2} := 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho := 2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad M_{\text{N}_2} := 28 \cdot 10^{-3}$$

$$M = y_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2} + y_{\text{N}_2} \cdot M_{\text{N}_2} \quad y_{\text{H}_2} + y_{\text{N}_2} = 1 \quad y_{\text{N}_2} = 1 - y_{\text{H}_2}$$

$$M = y_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2} + (1 - y_{\text{H}_2}) \cdot M_{\text{N}_2}$$

$$\rho = \frac{p \cdot [y_{\text{H}_2} \cdot M_{\text{H}_2} + (1 - y_{\text{H}_2}) \cdot M_{\text{N}_2}]}{R \cdot T}$$

$$y_{\text{H}_2} := \frac{M_{\text{N}_2} \cdot p - R \cdot T \cdot \rho}{p \cdot (M_{\text{N}_2} - M_{\text{H}_2})} = 0.838 \quad y_{\text{N}_2} := 1 - y_{\text{H}_2} = 0.162$$

Zad. 2.5. Oblicz gęstość roztworu składającego się z 14.4 kg metanu i 48.4 kg dwutlenku węgla w temperaturze 12°C i pod ciśnieniem 2 MPa. Zastosuj r. stanu gazu rzeczywistego ze wsp. ściśliwości.

metan	dwutlenek węgla		
$M_1 := 16 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$	$M_2 := 44 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$	$T := 273 \cdot \text{K} + 12 \cdot \text{K} = 285 \text{ K}$	$R := 8.315 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$m_1 := 14.4 \cdot \text{kg}$	$m_2 := 48.4 \cdot \text{kg}$	$P := 2 \cdot \text{MPa} = 20 \cdot \text{bar}$	
$P_{k1} := 46.04 \text{ bar}$	$P_{k2} := 73.82 \text{ bar}$		
$T_{k1} := 190.58 \text{ K}$	$T_{k2} := 304.19 \text{ K}$		
$n_1 := \frac{m_1}{M_1} = 0.9 \cdot \text{kmol}$	$n_2 := \frac{m_2}{M_2} = 1.1 \cdot \text{kmol}$	$n := \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \rightarrow 900.0 \cdot \text{mol} + 1100.0 \cdot \text{mol} = 2 \cdot \text{kmol}$	
$y_1 := \frac{n_1}{n} = 0.45$	$y_2 := \frac{n_2}{n} = 0.55$	$M := y_1 \cdot M_1 + y_2 \cdot M_2 = 31.4 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$	
$T_{\text{km}} := y_1 \cdot T_{k1} + y_2 \cdot T_{k2} = 253.066 \text{ K}$	$P_{\text{km}} := y_1 \cdot P_{k1} + y_2 \cdot P_{k2} = 61.319 \cdot \text{bar}$		
$T_{\text{rm}} := \frac{T}{T_{\text{km}}} = 1.13$	$P_{\text{rm}} := \frac{P}{P_{\text{km}}} = 0.33$		
	$z := 0.93$		
	$\rho := \frac{P \cdot M}{z \cdot R \cdot T} = 28.495 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$		

Zad. 2.6. Oblicz gęstość powietrza w warunkach standardowych. $R := 8.315 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \cdot \text{K}$

$$y_{\text{N}_2} := 0.79 \quad y_{\text{O}_2} := 0.21 \quad T := 298.15 \text{ K} \quad p := 10^5 \text{ Pa}$$

$$M_{\text{N}_2} := 28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}} \quad M_{\text{O}_2} := 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$M := y_{\text{N}_2} \cdot M_{\text{N}_2} + y_{\text{O}_2} \cdot M_{\text{O}_2} = 0.029 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$$\rho := \frac{p \cdot M}{R \cdot T} = 1.163 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{błąd} := \frac{1.168 - 1.163}{1.168} = 0.428\%$$